العلاقات الأساسية في نظرية 2F− تطبيق بين فضاءات ريمان A_n - ذوات التركيب $(F^3) = 0$

عبد الناصر امين حيدر
قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة البعث سوريا
DOI: https://doi.org/10.47372/uajnas.2018.n1.a05

الملخص

نعرّف في هذا البحث التطبيق ***2F***- تطبيق بين فضاءات ريمان ذوات التركيب $(\mathbf{F^3}) = \mathbf{0}$ ونذكر بالشروط اللازمة والكافية لوجود ***2F***- تطبيق متوازٍ بين فضاءات ريمان A_n ومن ثمّ نجد العلاقات الأساسية في نظرية ***2F***- تطبيق بين فضاءات ريمان.
ونورد مثالاً على فضاءات ريمان A_n التي يتواجد بينها ***2F***- تطبيق.

الكلمات المفتاحية: فضاء ريمان ذي التركيب $(\mathbf{F^3}) = \mathbf{0}$، حقل متجهي متلاقي.

هدف البحث

1- إيجاد العلاقات الأساسية في نظرية **2F**- تطبيق بين فضاءات ريمان ذوات التركيب $(F^3) = 0$.

2- عرض مثال على فضاءات ريمان التي يتواجد بينها **2F**- تطبيق.

المقدمة

- ❖ درس العديد من العلماء [*1-18*] التطبيقات والتطبيقات الهولومورفية بين فضاءات ريمان وفضاءات ريمان الخاصة .
- ❖ درس الأستاذ الدكتور **محسن شيحة** و **د.عصام ديبان** فضاءات ريمان A_n − ذوات التركيب $(F^3) = 0$، وتم إيجاد تركيب التنسور المتري (g_{ij}) في هذه الفضاءات. [19]
- ❖ تابعنا دراستنا بالتفصيل لهذه الفضاءآت [20-21] **عبد الناصر حيدر** وأوجدنا الشروط اللازمة والكافية لوجود ***2F***- تطبيق بين فضاءات ريمان A_n − وأوجدنا العناصر الهندسيّة الثابتة في ***2F***- تطبيق.
- ❖ نتابع في هذا البحث دراستنا لإيجاد العلاقات الأساسية في نظرية ***2F***- تطبيق بين فضاءات ريمان ذوات التركيب $(F^3) = 0$.

تعاريف أساسية :

- **تعريف** *(1)*:

نسمي فضاء ريمان ***An*** ذي التنسور المتري g_{ij} ، فضاءً ذي التركيب: $(F)^3 = 0$، إذا وُجِد فيه تنسوراً (تركيب آفيني) من النوع $F_i^h \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ ؛ يحقق الشروط الآتية:

$$\begin{aligned} &a)\quad F_\alpha^h F_\beta^\alpha F_i^\beta = 0 \\ &b)\quad F_i^\alpha g_{\alpha j} + F_j^\alpha g_{\alpha i} = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

c) $F^h_{i,j} = \partial_j F^h_i + F^\alpha_i \Gamma^h_{\alpha j} - F^h_\alpha \Gamma^\alpha_{ij} = 0$

d) $Rang\left(F^h_i\right) = 3m = n \quad , \quad m \geq 1$

حيث Γ^h_{ij} رموز كريستوفل من النوع الثاني للفضاء A_n.

- **تعريف** *(2)*:

نسمّي النظام الإحداثي $\left(x^n\right) = \left(x^1, ..., x^n\right)$ ، نظاماً إحداثياً مدبراً في الفضاء A_n ، إذا كان التركيب $\left(F^h_i\right)$ يأخذ في هذا النظام الشكل الآتي:

$$\left(F^h_i\right) = \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 0 \\ \hline E_m & 0 & 0 \\ \hline 0 & -E_m & 0 \end{array}\right) \qquad (2)$$

حيث E_m المصفوفة الواحدية من المرتبة m .

- **تعريف** *(3)*:

نسمي المنحني $\ell : x^h = x^h\left(t\right)$ في الفضاء A_n ذي التركيب $\left(F\right)^3 = 0$ ، $2F$ - منحن متوازٍ إذا بقي موازياً لنفسه بالانسحاب في النطاق المكون من المتجه $\lambda^h = \dfrac{dx^h}{dt}$ وقرينيه $\bar{\lambda}^h = \lambda^\alpha F^h_\alpha \, , \, \bar{\bar{\lambda}}^h = \lambda^\alpha F^\beta_\alpha F^h_\beta$.

أي إذا تحقق الشرط:

$$\frac{\partial \lambda^h}{dt} + \Gamma^h_{\alpha\beta} \lambda^\alpha \lambda^\beta = \rho_1\left(t\right)\lambda^h + \rho_2\left(t\right)\bar{\lambda}^h + \rho_3\left(t\right)\bar{\bar{\lambda}}^h \qquad (3)$$

حيث ρ_3, ρ_2, ρ_1 دوال ما في t.

- **تعريف** *(4)*:

ليكن لدينا الفضاءان $A_n\left(g_{ij}, \overset{1}{F}{}^h_i, \overset{2}{F}{}^h_i\right), \bar{A}_n\left(\bar{g}_{ij}, \overset{1}{\bar{F}}{}^h_i, \overset{2}{\bar{F}}{}^h_i\right)$ حيث إنّ: $\overset{1}{F}{}^h_i = F^h_i , \overset{2}{F}{}^h_i = F^h_\alpha F^\alpha_i$ ، نسمي التماثل التفاضلي $f : A_n \longrightarrow \bar{A}_n$ ، $2F$- تطبيق متوازٍ ، إذا صوّر التطبيق أي $2F$- منحنٍ متوازٍ من A_n بـ $2F$- منحنٍ متوازٍ في $\bar{A}_n$.

في العمل [20] تم اثبات صحة المبرهنتين الآتيتين:

- **مبرهنة** *(1)*:

الشرط اللازم والكافي لوجود $2F$- تطبيق متوازٍ من الفضاء $A_n\left(g_{ij}, \Gamma^h_{ij}, \overset{1}{F}{}^h_i, \overset{2}{F}{}^h_i\right)$ إلى الفضاء $\bar{A}_n\left(\bar{g}_{ij}, \bar{\Gamma}^h_{ij}, \overset{1}{\bar{F}}{}^h_i, \overset{2}{\bar{F}}{}^h_i\right)$ هو أن تتحقق العلاقات الآتية في أيّ نظام إحداثي مشترك $\left(x\right) = \left(x^1, ..., x^n\right)$:

$$\begin{aligned} &a)\ \bar{\Gamma}_{ij}^{h} = \Gamma_{ij}^{h} + \psi_{(\bar{\bar{i}}}\delta_{j)}^{h} + \psi_{(\bar{i}}\overset{1}{F}{}_{i)}^{h} + \psi_{(i}\overset{2}{F}{}_{j)}^{h} \\ &b)\ \bar{F}_{i}^{h} = BF_{i}^{h} \end{aligned} \qquad (4)$$

- **مبرهنة (2):**

الشرط اللازم والكافي كي يوجد *2F*- تطبيق متوازٍ بين فضائي ريمان الخاصين $\bar{A}_n\left(\bar{g}_{ij},\bar{F}_i^h,\bar{\Gamma}_{ij}^h\right), A_n\left(g_{ij},F_i^h,\Gamma_{ij}^h\right)$ هو أن تتحقق في A_n العلاقات:

$$\begin{aligned} &a)\ \bar{g}_{ij,k} = 2\psi_{\bar{\bar{k}}}\bar{g}_{ij} + \psi_{(\bar{\bar{i}}}\bar{g}_{j)k} + \psi_{(\bar{i}}\overset{1}{F}{}_{j)k} + \psi_{(i}\overset{2}{F}{}_{j)k} \\ &b)\ \bar{F}_{ij} + \bar{F}_{ji} = 0 \end{aligned} \qquad (5)$$

المناقشة والعمل:

لنفرض أنّه يوجد *2F*- تطبيق بين فضائي ريمان $A\left(g_{ij},\overset{1}{F}_{ij},\overset{1}{F}_{ij}\right), \bar{A}\left(\bar{g}_{ij},\overset{1}{F}_{ij},\overset{1}{F}_{ij}\right)$ عندئذٍ تتحقّق العلاقة(*5*) وتتحقّق العلاقات الآتية:

$$\overset{1}{F}_{ij} + \overset{1}{F}_{ji} = 0 \quad , \quad \overset{2}{F}_{ij} + \overset{2}{F}_{ji} = 0$$

وبفرض أنّ:

$$\tilde{g}_{ij} = \exp\left(-2\bar{\bar{\psi}}\bar{g}_{ij}\right) \qquad (6)$$

فإنَّ:

$$\begin{aligned} &\text{a)}\quad \tilde{g}_{ij} = \tilde{g}_{ji}\ ,\ \tilde{g}_{\bar{i}j} + \tilde{g}_{i\bar{j}} = 0\ ,\ \deg\left(\tilde{g}_{ij}\right) \neq 0 \\ &\text{b)}\quad \tilde{g}_{\bar{\bar{i}}j} + \tilde{g}_{\bar{i}\bar{j}} = 0 \\ &\text{c)}\quad \tilde{g}_{\bar{\bar{i}}\bar{j}} = 0 \\ &\text{e)}\quad \tilde{g}^{i\alpha}\tilde{g}_{\alpha j} = \delta_j^i \end{aligned} \qquad (7)$$

بأخذ المشتق موافق التغير بالنسبة للدليل k $\left(\dfrac{\partial}{\partial_x k}\right)$ للعلاقة *(7-e)* واستناداً إلى العلاقة *(5)* نجد:

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{ij/k} = {} & \psi_{\bar{\bar{i}}}\tilde{g}_{jk} + \psi_{\bar{\bar{j}}}\tilde{g}_{ik} + \psi_{\bar{i}}\tilde{g}_{\bar{j}k} + \\ & + \psi_{\bar{j}}\tilde{g}_{\bar{i}k} + \psi_{i}\tilde{g}_{\bar{\bar{j}}k} + \psi_{j}\tilde{g}_{\bar{\bar{i}}k} \end{aligned} \qquad (8)$$

بفرض أنًّ:

$$\tilde{g}^{ij} = \left(\tilde{g}_{ij}\right)^{-1}$$

ومن ثَمَ تتحقّق العلاقات الآتيّة من أجل التنسور $\tilde{g}^{ij}$:

$$a)\quad \tilde{g}^{ij}=\tilde{g}^{ji} \quad , \quad b)\quad \tilde{g}^{\bar{i}j}+\tilde{g}^{i\bar{j}}=0$$

$$c)\quad \tilde{g}^{\bar{\bar{i}}\bar{j}}=\tilde{g}^{\bar{i}\bar{\bar{j}}}=0 \quad , \quad d)\quad \det\left(\tilde{g}^{ij}\right)\neq 0 \qquad (9)$$

$$e)\quad \tilde{g}^{i\alpha}\tilde{g}_{\alpha j}=\delta^{i}_{j}$$

بأخذ المشتق موافق التغير بالنسبة للدليل k في العلاقة *(9-e)* نجد:

$$\tilde{g}^{i\alpha}_{/k}\tilde{g}_{\alpha\beta}\tilde{g}^{\beta j}+\tilde{g}^{i\alpha}\tilde{g}_{\alpha\beta/k}\tilde{g}^{\beta j}=0$$

أي إنَّ:

$$\tilde{g}^{ij}_{/k}=-\tilde{g}_{\alpha\beta/k}\tilde{g}^{\alpha i}\tilde{g}^{\beta j}\ \Rightarrow$$

بالتعويض عن $\tilde{g}_{\alpha\beta/k}$ من *(5)* نجد أنّ:

$$\tilde{g}^{ij}_{/k}=-\left(\psi_{\bar{\bar{\alpha}}}\tilde{g}_{\beta k}+\psi_{\bar{\bar{\beta}}}\tilde{g}_{\alpha k}+\psi_{\bar{\alpha}}\overset{1}{F}_{\beta k}+\psi_{\bar{\beta}}\overset{1}{F}_{\alpha k}+\psi_{\alpha}\overset{2}{F}_{\beta k}+\psi_{\beta}\overset{2}{F}_{\alpha k}\right).\tilde{g}^{\alpha i}\tilde{g}^{\beta j}$$

تكتب الأخيرة على النحو الآتي:

$$\tilde{g}^{ij}_{,k}=\lambda^{(\bar{\bar{i}}}\delta^{j)}+\lambda^{(\bar{i}}\overset{1}{F}{}^{j)}_{k}+\lambda^{(i}\overset{2}{F}{}^{j)}_{k} \qquad (10)$$

حيث إنّ:

$$\lambda^{i}\equiv-\tilde{g}^{i\alpha}\psi_{\alpha}$$

بفرض:

$$a_{ij}\equiv\tilde{g}^{\alpha\beta}g_{\alpha i}g_{\beta j} \quad , \quad \lambda_{i}\equiv\lambda^{\alpha}g_{\alpha i} \qquad (11)$$

عندئذٍ استناداً إلى *(10)* نجد أنّ:

$$a_{ij/k}=\lambda_{(\bar{\bar{i}}}g_{j)k}-\lambda_{(\bar{i}}\overset{1}{F}_{j)k}-\lambda_{(i}\overset{2}{F}_{j)k} \qquad (12)$$

بصورةٍ مشابهةٍ للعلاقات *(7)* و *(9)* نجد أنّ التنسور a_{ij} يحقّق العلاقات الآتية:

$$a)\quad a_{ij}=a_{ji} \quad , \quad b)\quad a_{\bar{i}j}+a_{i\bar{j}}=0$$

$$c)\quad a_{\bar{\bar{i}}j}+a_{\bar{i}\bar{j}}=0 \quad , \quad d)\quad a_{\bar{\bar{i}}\bar{j}}=a_{\bar{i}\bar{\bar{j}}}=0 \qquad (13)$$

$$d)\quad \det\left(a_{ij}\right)\neq 0$$

أي أنّه، إذا تحققت العلاقة *(5,a)* ، فإنّ العلاقة *(12)* والعلاقات*(13)* تكون محققة أيضاً.

– لنثبت العكس:

لنفرض أنّه من أجل λ_i , a_{ij} تتحقق العلاقات *(12)* و *(13)*، عندئذٍ تتحقق كل من العلاقتين *(9)* و *(10)* حيث:

$$\tilde{g}^{ij}=a_{\alpha\beta}g^{\alpha i}g^{\beta j} \quad ; \quad \lambda^{i}=g^{i\alpha}\lambda_{\alpha}$$

وباعتبار أنّ التنسور $\tilde{g}^{ij}$ يحقّق الخواصّ *(7)*، فإنّ التنسور المعاكس له $\tilde{g}_{ij}$ يحقق الخواصّ *(6)*.

وبأخذ المشتق الموافق التغير للعلاقة *(7,e)* واستناداً إلى *(10)* نحصل على *(8)* حيث:

$$\psi_{i}=-\lambda^{\alpha}\tilde{g}_{\alpha i}$$

بفرض $\tilde{\Gamma}^{h}_{ij}$ رموز كريستوفل من النوع الثاني لفضاء ريمان $\tilde{V}_n$ و $\tilde{g}_{ij}$ تنسوره المتري. عندئذٍ:

$$\tilde{\Gamma}^{\alpha}_{i\alpha}=\frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\beta}\partial_{i}\tilde{g}_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\beta}\left(\tilde{g}_{\alpha\beta/i}+2g_{\alpha\beta/\gamma}\Gamma^{\gamma}_{\beta i}\right)$$

واستناداً إلى *(8)* و *(7,e)* وإلى علاقة فوستا- فيليا:

$$\tilde{\Gamma}^{\alpha}_{i\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{i\alpha} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{\tilde{g}}{g}\right|$$

حيث إنّ:

$$\tilde{g} = \det\left(\tilde{g}_{ij}\right) \ , \ g = \det\left(g_{ij}\right)$$

فإنّ:

$$\psi_{\bar{\bar{i}}} = \tilde{\Gamma}^{\alpha}_{i\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{i\alpha}$$

من الأخيرة نجد أنّ $\psi_{\bar{\bar{i}}}$ متجه تدرج ، أي أنَّ:

$$\psi_{\bar{\bar{i}}} = \frac{\partial\bar{\bar{\psi}}}{\partial x^{i}}$$

بفرض $\bar{g}_{ij} = \exp\left(2\bar{\bar{\psi}}\right)\tilde{g}_{ij}$ فإنّه استناداً إلى *(8)* يتم التحقق من صحة العلاقة *(5)*.

واضحٌ أنّ $\bar{g}_{ij}$ تنسور متري للفضاء A_n ذي التركيب $\left(F_i^{h}\right)^3 = 0$.

– **مما سبق نكون قد أثبتنا صحة المبرهنة الآتية:**

- **مبرهنة (3)**

الشرط اللازم والكافي كي يوجد *2F*- تطبيق من الفضاء A_n إلى الفضاء $\bar{A}_n$ هو أنْ يوجد في هذا الفضاء تنسور متناظر غير معدوم a_{ij} يحقق الشروط:

$$\begin{aligned}
&a)\ a_{ij/k} = \lambda_{(\bar{\bar{i}}}\, g_{j)k} - \lambda_{(\bar{i}}\, \overset{1}{F}_{j)k} - \lambda_{(i}\, \overset{2}{F}_{j)k} \\
&b)\ a_{\bar{i}j} + a_{i\bar{j}} = 0 \qquad\qquad (14) \\
&c)\ a_{\bar{\bar{i}}j} + a_{\bar{i}\bar{j}} = 0
\end{aligned}$$

حيث λ_i متجه ما.

يسمى التطبيق *2F*- غير مبتذل إذا كان $\lambda_i \neq 0$.

إنّ حل المعادلات *(5)* و *(14)* هو من الشكل:

$$a_{ij} = \exp\left(2\bar{\bar{\psi}}\right)\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i} g_{\beta j}$$

$$\lambda_i = -\exp\left(2\bar{\bar{\psi}}\right)\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i}\psi_{\beta}$$

الآن، من أجل أي تنسور $\tilde{a}_{ij}$ يحقق العلاقات *(14)* ، بشرط $\lambda_i \neq 0$ فإن التنسور:

$$a_{ij} = \frac{1}{2}\tilde{a}_{(ij)} + c g_{ij}$$

حيث c ثابتاً ما، سوف يحقق العلاقات *(14)* و *(13)*.

بتقليص العلاقة *(14)* بواسطة التنسور g^{ij} نصل إلى أن $\lambda_{\bar{\bar{i}}}$ متجه تدرج ، حيث إنّ:

$$\lambda_{\bar{\bar{i}}} = \bar{\bar{\lambda}}_i$$

وأنّ:

$$\bar{\bar{\lambda}} = \frac{1}{6} a_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} \qquad (15)$$

عندئذٍ تتحقق العلاقة الآتية:

$$\lambda_{\bar{\bar{i}}/j} = \lambda_{\bar{\bar{j}}/i} \qquad (16)$$

من الأخيرة نجد أنّ:

$$\lambda_{\bar{i}/\bar{j}} = 0 \qquad (17)$$

سنبيّن في المبرهنة الآتية أنَ فضاءات ريمان ذوات التركيب $\left(F^3\right)=0$ التي تؤول إلى حقول متجهة متلاقية يتواجد بينها *2F-* تطبيق غير مبتذل.

- **مبرهنة(4)**

فضاءات ريمان ذوات التركيب $\left(F^3\right)=0$ التي تؤول إلى حقول متجهة متلاقية يتواجد بينها *2F-* تطبيق.

– **الإثبات:**

بفرض أنّه يوجد في الفضاء A_n حقل متجهات متلاقٍ ξ_i يحقق الشرط:

$$\xi_{i/j} = g_{ij}$$

عندئذٍ استناداً إلى [*19*] فإنه بفرض:

$$a_{ij} = \alpha g_{ij} + \xi_{\bar{i}}\xi_{\bar{j}}$$

حيث α ثابتاً ما. و $\det\left(a_{ij}\right) \neq 0$.

نجد أنّ التنسور a_{ij} يحقّق العلاقات *(14)* ، ومن ثَمَ استناداً إلى المبرهنة *(3)* فإنّ الفضاء $\left(A_n\right)$ هو منطلق لـ *2F-* تطبيق غير مبتذل.

تمّ إثبات المبرهنة.

References

1- Beklemishev D.V., (1965). Differential geometry of spaces with an almost complex structure , (Russian) , In : Itoge Nauki ,Geometria , 1963 . All-union Institute for Scientific and technical Information Moscow, 165-212.

2- Haider A.(2017). 2F- mapping between Riemannian spaces A_n which tensors $\left(F\right)^3=0$ jornal of Al Baath university Jornal number 35 2017

3- Haider A. (2017) .Geometrical invariant element's in theory 2F- mapping between Riemannian spaces A_n which have tensors $\left(F\right)^3=0$,University of Adan journal of Natural and Applied Sciences number 21, 2017.

4- Josef M. (1976).Geodesic mappings of Semisy metric Rimannian Spaces (Russian) Odessa. Univ. Moscow, Archives at VINITI 11. 11.76 No. 3924-76, 16p.

5- Josef M. (1979). Geodesic and holomorphically projective mappings of special Rimannian Space. (Russian) PHD. Thesis, Odessa Univ. 107P

6- Josef M. (1986). On Sasaki Spaces and Equidistant Kahler Spaces. Sov. Math, Dokl. 34, 428-431 (1987); DOKL. AKad. Nauk SSSR, 291, 33-36.

7- Josef M.Geodesic,(1980). Mappings of Einstein spaces . Math. Nothes ,28,922-923 ,1981; translation from Math . Zametki.28,935-938,.

8- Josef M(1998).;Holomorphically projective mappings and their generalizations ,J. Math. Sci., New York.89,3) 1334-1353.

9- Kazem R, Kurbatova,I,N. (1990).Geometrical invariant element's in theory2F- mapping between Riemannian spaces A_n which have tensors $(F)^3 = \pm 1$, Ukrania ,Odessa.
10- Kurbatova,I,N, (1990).On some questions geodesic mappings almost Hermation Spaces. Odessa -145. Named. Dok in Ukranuuite, 20.08.91 No. 1217-yk 91.
11- Otsuki T. and Tashiro Y., (1954). on curves in Kahlerian spaces, Math. J.Okayama Univ. 4 ,57-78 .
12- Petrov,A,Z.: (1966 .)New methods in general relativity theory. Moscow: Nauka, 495
13- Prvanovic M., (1981). A note in holomorphically projective transformations of the Kahler spaces , Tensor New Ser .35 99-104.
14- Sinyukova,E.N.Hop f–Bochner– Yano. (1988). Method in the Theory of geodesic and holomorphically projective mappings. Ph. D. Thesis, Minsk,
15- Shiha,M: (1993).On the theory of holomorphically projective mappings parabolically – kahlerian spaces . Diff. Geometry and its App. Conf. Opava ,157-160
16- Shiha,M.,the (1994). Holomorphicaly projective mappings of parabolically-Kahlerrian spaces(Russian) . Moscow
17- SHiha,M(.1994).Geodesicand Holomorphically-projective mappings of parabalically-Kahlerian spaces .(Russian) PHD . Moscow,.
18- Shiha,M.,Mikes .J. (2005). on holomorphically projective flat parabolically – Kahlerian spaces, Grant No 201/05/2707 CZEch Science Foundation and Council of Czech Government MSN No 6198959214
19- Shiha, M and Deban ,E.(2013). Riemannian Spaces A_n having structure $(F)^3 = 0$ jornal of Al Baath universityJornal number 35, 2013.
20- Sinyukov. N. S. (1979).Geodesic Mappings of Riemannian Space, Hauka Moscow, P.255.
21- Vishnevsky V. V. , A. P. Shirokov, V. V. Shurigin, (1985).Spaces over Algebra, Kazan Univ. Press<, Kazan ,110-130.

The essential relations in theorem of 2F mappings between Remannian spaces which have structure $(\mathbf{F}^3) = \mathbf{0}$

Abdelnaser A. Haider
Dept. of Maths, Faculty of Science, Al- Baath Univ. Syria
DOI: https://doi.org/10.47372/uajnas.2018.n1.a05

Abstract

In this paper, we have define 2F- mapping between Riemannian spaces which have the structure $(\mathbf{F}^3) = \mathbf{0}$, remembering the necessary and sufficient conditions for the existence of 2F-mapping between Riemannian spaces $\mathbf{A}_n$ and finding the Essential relations in the theory of 2F-mapping between Riemannian spaces which have structure $(\mathbf{F}^3) = \mathbf{0}$.

An example of Riemannian spaces, in to which 2F-mapping exist between them, is given.

Keywords: Remannian spaces which have structure $(\mathbf{F}^3) = \mathbf{0}$